السؤال الأول :

(a) أوجد :

10

(5 درجات)

$$\lim_{x \to 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

$$f(x) = \frac{((3+x)-3)\left((3+x)^2+3(3+x)+9\right)}{x}$$

$$f(x) = (3+x)^2 + 9 + 3x + 9 \qquad , x \neq 0$$

$$= 27 + 9x + x^2$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} (27 + 9x + x^2)$$

$$= 27$$

Scanned by CamScanner

(6) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطه على الفترة $[-2, 3]$ هي $f(x) =$

(a) $\sqrt[3]{x}$

(b) $\tan x$

(c) $\sqrt{9-x^2}$

(d) $\frac{1}{x}$

(7) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ يساوي

(a) $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $-64(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1+6x)^{\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ فإن $\frac{dy}{dx} =$

(a) $\frac{y-x}{3y-x}$

(b) $\frac{y+x}{3y-x}$

(c) $\frac{x-y}{3y-x}$

(d) $\frac{y-x}{3y+x}$

(9) إذا كانت f داله كثيرة حدود، $(c, f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

(a) $f''(c)=0$

(b) $f'(c) = 0$

(c) $f(c) = 0$

(d) $f''(c)$ غير موجودة

Scanned by CamScanner

أولا : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to 3^-} \frac{-1}{(3-x)^9} = -\infty$ ✗

$(x-3)^9$

(2) إذا كانت $f(x) = \sin 2x$ فإن : $f'(x) = 2\cos 2x$ ✓

(3) إذا كانت f داله متصله عند $x=c$ فإن الداله : $g(x) = \sqrt{f(x)}$ متصله عند $x=c$ ✗

ثانيا :في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\lim_{x\to-\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2-x+3}} =$

(a) -1 (b) $\frac{-1}{2}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(5) لتكن الدالتين $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = 5x + 1$

$f' = 2x$ $g' = 5$

فإن $(g \circ f)'(x)$ تساوي:

(a) $5x^2 + 16$ (b) $25x^2 + 10x + 4$

(c) $10x$ (d) $50x + 10$

Scanned by CamScanner

تابع السؤال الرابع :

(b) أوجد : (5 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x} \cdot \frac{1+\cos x}{1+\cos x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{\sin^2 x(1+\cos x)} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x(1+\cos x)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1}{1+\cos x}$$

$$= \frac{\lim_{x\to 0} 1}{\lim_{x\to 0}(1+\cos x)}$$

$$\lim_{x\to 0}(1+\cos x) = 1+1 = 2 \neq 0$$

$$= \frac{1}{2}$$

Scanned by CamScanner

تابع السؤال الثالث :

(b) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانه بدلالة إرتفاعها h

أوجد الإرتفاع $h(cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانه

ثم أوجد هذا الحجم .

(5 درجات)

$V'(h) = -6\pi h^2 + 72\pi$

$V'(h) = 0$

$-6\pi h^2 + 72\pi = 0$

$h = \pm\sqrt{12} = +2\sqrt{3}$

	$-\infty$		$2\sqrt{3}$		∞
V' إشارة		+	0	-	
سلوك		↗		↘	

عند $h = 2\sqrt{3}$ يوجد قيمة عظمى محلية

$V(2\sqrt{3}) = 2\pi(-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3})) = 522.37$

cm^3

Scanned by CamScanner

6)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الثالث :

10

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f : f(x) = \frac{5x-7}{x^2-2}$ عند النقطة $A(1,2)$

(5 درجات)

$$f'(x) = \frac{(x^2-2)\cdot 5 - (5x-7)\cdot 2x}{(x^2-2)^2}$$

$$= \frac{5x^2-10-10x^2+14x}{(x^2-2)^2}$$

$$= \frac{-5x^2+14x-10}{(x^2-2)^2}$$

$$f'(1) = \frac{-5+14-10}{(-1)^2} = -1$$

معادلة المماس :

$$y-2 = -1(x-1)$$

$$y-2 = -x+1$$

$$y = -x+3$$

Scanned by CamScanner

السؤال الرابع

10

(a) لتكن الدالة g : $g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & , \quad x \le 1 \\ 3x-2 & , \quad x > 1 \end{cases}$

أوجد إن أمكن $g'(1)$.

(5 درجات)

∴ الدالة متصلة عند $x=1$

$g(1) = 1$

$$g'_+(1) = \lim_{x \to 1^+} \frac{3x-2-1}{x-1} = \lim_{x \to 1} \frac{3(x-1)}{x-1} = 3$$

$$g'_-(1) = \lim_{x \to 1^-} \frac{(x-2)^2 - 1}{x-1}$$

$$= \lim_{x \to 1^-} \frac{(x-2-1)(x-2+1)}{(x-1)}$$

$$= \lim_{x \to 1^-} (x-3) = -2$$

$g'_+(1) \neq g'_-(1)$

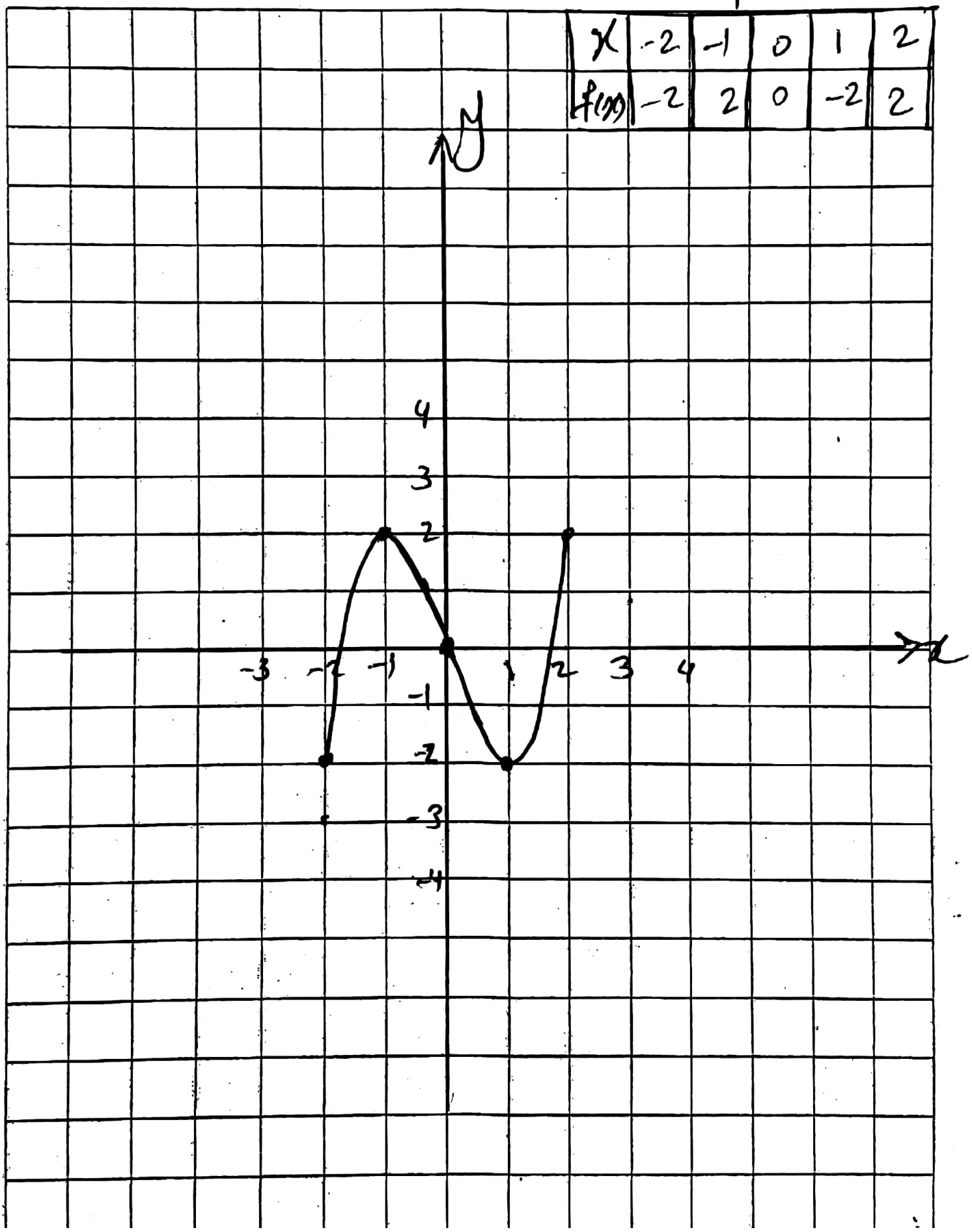
$g'(1)$ غير موجودة

Scanned by CamScanner

ورقة الرسم البياني

جدول الرسم

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	-2	2	0	-2	2



Scanned by CamScanner

السؤال الثاني

10

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x$ وارسم بيانها

(7 درجات)

$$\lim_{x \to \infty} (x^3) = \infty \quad , \quad \lim_{x \to -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x = 1 \quad , \quad x = -1$$

$$f(1) = 1 - 3 = -2 \qquad \text{حرج} \quad (1, -2)$$

$$f(-1) = -1 + 3 = 2 \qquad \text{حرج} \quad (-1, 2)$$

	$-\infty$		-1		1		∞
فترات	$(-\infty, -1)$		$(-1, 1)$		$(1, \infty)$		
اشارة f'	+		−		+		

Scanned by CamScanner

تابع السؤال الأول :

(5 درجات)

(b) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

الدالة متصلة على R

متصلة عند $x = 1$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1) = b$$

$$3(1) + a = b$$

$$3 + a = b \quad \text{---} (1)$$

$$b = (1)^2 = 1$$

في (1)

$$3 + a = 1$$

$$a = -2$$

Scanned by CamScanner